53572

Mathesis   Crosz. 4°

1566

Corsondichii (Vice-Co-
lonelli): Perfecta qua-
dratura circuli.

Continuatio Scripti, cui titulus: *De calculo per excessum & defectum.*

12.) Problema 4. *Determinare excessus & defectus peripheriarum falsarum respondentium diametris = 2, 4, 6.*

Resolutio. 1mo. Assumantur rationes excessiva & defectiva, quarum antecedentes multiplicati per dictas diametros, produnt facta exactè divisibilia per 8. 2do. Per ejusmodi rationes repertas quæratur tam peripheria excess:, quàm defect: diametri = 1, earumque differentia. 3tio. Differentia inventa multiplicetur per dictas diametros, ut prodeant differentiæ peripheriarum iisdem diametris respondentium. 4to. Ex numeratore cujusvis differentiæ auferatur denominator major peripheriarum primitivarum, h. e. non reductarum ad eandem denominationem, tamdiù, donec relinquatur residuum exactè divisibile per denominatorem minorem, & tam huic residuo, quàm facto ex denominatore ablato in numerum subtractionum factarum subscribatur denominator differentiæ: partes hoc modo repertæ sistunt excessus & defectus desideratos.

E. gr: Multiplicando antecedentes rationum excesivæ 100 : 315 *& defectivæ* 12 : 37 *per diametros* = 2, 4, 6, *prodeunt facta* 200, 400, 600, *&* 24, 48, 72 *exactè divisibilia per* 8. *Sumptis itaque his rationibus & diametro* = 1, *producuntur peripheriæ primitivæ* $\frac{315}{100}$ *&* $\frac{37}{12}$, *quæ reductæ ad eandem denominationem, exhibent æquivalentes* $\frac{3780}{1200}$ *&* $\frac{3700}{1200}$, *quarum differentia est* $\frac{80}{1200}$. *Jam cum differentiæ peripheriarum crescant in ratione diametrorum; necesse est, ut differentiæ peripheriarum respondentium diametris* = 2, 4, 6, *sint* $\frac{160}{1200}$ $\frac{320}{1200}$ $\frac{480}{1200}$. *Auferendo itaque denominatorem majorem* 100 *è numeratore* 160 *differentiæ* 1*mæ*, *relinquitur residuum* 60 *exactè divisibile per denominatorem minorem* 12: *ergo numerator* 160 *est conflatus ex* 60 *&* 100. *Subducendo denominatorem* 100 *è numeratore* 320 *differentiæ* 2*dæ semel, relinquitur residuum* 220 *nondum exactè divisibile per* 12; *demendo illum bis, relinquitur residuum* 120 *exactè divisibile per* 12: *ergo numerator* 320 *est aggregatum ex* 120 *&* 200. *Demendo denominatorem* 100 *semel, bis, ter, è numeratore* 480 *differentiæ* 3*tiæ*, *relinquuntur residua* 380, 280, 180, *quorum solùm ultimum denominator* 12 *metitur: ergo numerator* 480 *componitur ex* 180 *&* 300. *Subscribendo igitur his* 6 *quantis inventis denominatorem communem differentiæ, emergunt* 3 *excessus* $\frac{60}{1200} = \frac{5}{100}$, $\frac{120}{1200} = \frac{10}{100}$, $\frac{180}{1200} = \frac{15}{100}$, *&* 3 *defectus* $\frac{100}{1200} = \frac{1}{12}$, $\frac{200}{1200} = \frac{2}{12}$ *&* $\frac{300}{1200} = \frac{3}{12}$.

Demonstratio. Numerator excessus quanti æquivalentis excessivo primitivo debet constare ex denominatore simplo vel multiplo quanti *defectivi*; numerator defectus quanti æquivalentis defectivo primitivo ex denominatore simplo vel multiplo quanti *excessivi*, & denominator communis utriusque esse idem ac denominator differentiæ: ut ergo differentia, quæ est aggregatum ex excessu & defectu quantorum æquivalentium [§ 1.] resolvi queat in ejusmodi partes essentiales, debet numerator ejus esse conflatus ex denominatore uno vel pluribus quanti tam defectivi, quàm excessivi [§. 3.]: ergo hoc in casu debet vice versa numerator excessus constare ex tot denominatoribus quanti *defectivi*, & numerator defectus ex tot denominatoribus quanti *excessivi*, quot complectitur numerator differentiæ. Sed numerator 160 differentiæ primæ est conflatus ex 60 & 100, h. e. ex 5 denominatoribus 12 periph: *defect:* & uno denominatore 100 *excessivæ*; numerator 320 2dæ ex 120 & 200, h. e. ex denominatore decuplo *defectivæ*, & 2plo *excessivæ*; numerator 480 3tiæ ex 180 & 300, h. e. ex denominatore 15plo *defectivæ* & 3plo *excessivæ*: ergo 60, 120, 180 sunt numeratores excessuum, & 100, 200, 300 sunt numeratores defectuum. Subscribendo igitur hisce numeratoribus denominatorem 1200 differentiæ, emergunt prædicti excessus & defectus

peri-

peripheriarum æquivalentium [§ 5.], qui deinde reducti ad terminos minores nempè excessus per denominatorem 12 periph: defect:, defectus per denominatorem 100 excessivæ, sistunt excessus & defectus peripheriarum primitivarum [§. 4.].

13. *Corollarium.* 1. Quotiescunque igitur antecedentes rationum excessivæ & defectivæ ducti in diametrum, sunt divisibiles per 8, legitimâ determinari possunt excessus & defectus peripheriarum falsarum eidem diametro respondentium.

14.) *Corollarium* 2. Multiplicando peripheriam primitivam $\frac{315}{109}$ per diametros $= 2, 4, 6$, prodeunt excessivæ 3 respondentes eisdem diametris, ex quibus prædicti excessus (§. 12) ablati, relinquunt peripherias $\frac{625}{100}$, $\frac{1250}{100}$ & $\frac{1875}{100}$, ad quarum 1mam diameter est, ut $2 : \frac{625}{100} = 200 : 625 = 8 : 25$, ad 2dam, ut $4 : \frac{1250}{100} = 400 : 1250 = 8 : 25$, ad 3tiam, ut $6 : \frac{1875}{100} = 600 : 1875$, h. e. dividendo utrinque per 75, ut 8 : 25. Et quoniam eadem ratio invenitur etiam ope defectuum ad peripherias defectivas additorum; palam est excessus & defectus peripheriarum per Problema præcedens legitime determinari.

15.) *Corollarium* 3. Termini rationum excessivæ 100 : 315, & defectivæ 12 : 37 ducti in 2, 4, & 6, sistunt 3 paria rationum æqualium, quarum antecedentes sunt divisibiles per 8, nempè 200 : 630 & 24 : 74; 400 : 1260 & 48 : 148; 600 : 1890 & 72 : 222. Jam cum ejusmodi antecedentes ducti in diametrum $= 1$, maneant invariati; evidens est, per par quodcunque rationum excessivæ non majoris, quàm $1 : 3\frac{1}{4}$ & defectivæ non minoris, quàm 1 : 3, quarum antecedentes sunt divisibiles per 8, determinari posse excessus & defectus peripheriarum diametri $= 1$ (§. 13).

16.) Scholion. *Sumta igitur ubique diametro* $= 1$, *prodeunt per 1mum par rationum præcedentium peripheriæ* $\frac{630}{200}$ & $\frac{74}{24} = \frac{15120}{4800}$ & $\frac{14800}{4800}$, *quarum differentia est* $\frac{320}{4800}$, *ex cujus numeratore denominator 200 subductus, relinquit* 120, *h. e. 5plum denominatoris 24 p. defectivæ: ergo excessus est* $\frac{120}{4800} = \frac{5}{200}$, *qui ablatus ex peripheria excessiva, relinquit veram* $\frac{625}{200} = 3\frac{1}{8}$. *Per 2dum par rationum producuntur peripheriæ* $\frac{1260}{400}$ & $\frac{148}{48} = \frac{60480}{19200}$ & $\frac{59200}{19200}$, *quarum differentia est* $\frac{1280}{19200}$, *ex cujus numeratore denominator 400 demptus bis, relinquit* 480, *h. e. 10plum denominatoris 48 defectivæ: ergo excessus est* $\frac{480}{19200} = \frac{10}{400}$, *qui ablatus ex excessiva, relinquit veram* $\frac{1250}{400} = 3\frac{1}{8}$. *Per 3tium par rationum prodeunt peripheriæ* $\frac{1890}{600}$ & $\frac{222}{72} = \frac{136080}{43200}$ & $\frac{133200}{43200}$, *quarum differentia est* $\frac{2880}{43200}$, *è cujus numeratore denominator 600 ablatus ter, relinquit* 1080, *h. e. 15plum denominatoris 72 defectivæ: ergo excessus est* $\frac{1080}{43200} = \frac{15}{600}$, *qui demptus ex peripheria excessiva, relinquit veram* $\frac{1875}{600} = 3\frac{1}{8}$. *Porro multiplicando terminos rationum excessivæ* 100 : 325 *per* 2 & *defectivæ* 1 : 3 *per* 8, *emergunt rationes æquales* 200 : 650 & 8 : 24, *per quas producuntur peripheriæ* $\frac{650}{200}$ & $\frac{24}{8} = \frac{5200}{1600}$ & $\frac{4800}{1600}$, *quarum differentia est* 400, *è cujus numeratore denominator* 200 *ablatus, relinquit* 200, *h. e.* 25 *denominatores peripheriæ defectivæ: ergo excessus est* $\frac{200}{1600} = \frac{25}{200}$, *qui ex excessiva subtractus, relinquit veram* $\frac{625}{200} = 3\frac{1}{8}$. *Cum igitur diameter sit ad quamlibet peripher: per ejusmodi rationes inventam, ut* : $3\frac{1}{8} = 8 : 25$; *manifestum est, hanc rationem esse unicam veram* (§. 9. 14).